機敏にして親切なる算数の書

haseham

絶対値

・原点からの距離を、「絶対値」という。

・原点は、0であることが多い。

・点-5 であれ、点5であれ、
原点0からの絶対値は、同じ5である。

・絶対値5の表記法は「|5|」である。

・絶対値は、ある基準値(原点)に対する過不足を表すのに用いる。

不能と不定

5÷0=a　aが0だとしても、

a×0=0　が成り立たない。逆算できない。

・解として当てはまる数がないことを、「不能」という。

・計算機で計算すると、エラーになる。

・いわゆる「ゼロ除算」がこれに該当する。

0÷0=a

a×0=0

a=1なら、解は、1×0=0

a=2でも、解は、2×0=0

・解が複数あり、定まらないことを「不定」という。

自然数

・正の整数のことを「自然数」という。

・自然数同士を加算すると、必ず自然数になる。
（「自然数は加法について閉じている」という)

3+3=6

・しかし、自然数同士で減算すると、負数になる。
（「自然数は減法について閉じていない」という)

3-4=-1

反数

・ある数の正負を逆転させた数を「反数」という。

・たとえば、5 の反数は、 -5である。

・反数同士を加算すると、必ず0になる。

・ある数の減算は、その反数の加算に置き換えることができる。

20 -   5 = 15
20 + -5 = 15

・逆に、負数を含む加算式を、減算式に置き換える場合は、
加算演算記号を省略する。

交換法則

・加算式と乗算式では、項の位置を交換しても、解が変わらない。

・このことを、「加法の交換法則」、「乗法の交換法則」という。

$a+b = b+a$

$a \times b = b \times a$

分配法則

$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$

・bとcに対して、それぞれ個別にaを乗算しても、同じ解が導き出せる。

・このように、加法と乗法の間では、交換法則が成り立つ。

・ただし、項が行列である場合には、成り立たない。

逆数

・a×b = 1 である場合、
aとbは、互いにもう一方の数の「逆数」である。

$5 \times 1/5 = 1$

$3/4 \times 4/3 = 1$

・除算を乗算に置き換える場合は、
逆数を乗算する。

$9 \div 3 \quad = 9 \times 1/3$

・これはつまり、分子と分母をひっくり返している。

$9 \div 3/1 = 9 \times 1/3$

約数

・ある数aを割り切ることができる数を、aの「約数」という。

・たとえば、18の約数は、1、2、3、6、9、18 である。

18 ÷ 18 = 1 … 18で割り切れる。
18 ÷ 2 = 9 … 9でも割り切れる。
18 ÷ 3 = 6 … 6でも割り切れる。
18 ÷ 6 = 3 … 3でも割り切れる。
18 ÷ 9 = 2 … 2でも割り切れる。
18 ÷ 1 = 18 … 1でも割り切れる。
・

公約数

・複数の整数の中で、共通する約数のことを、
　その複数の整数の「公約数」という。

・たとえば、2と4と8の公約数は、2。

・2と4と8は、いずれも公約数2で割り切れる。

素数

・約数が、その数と1しかない数を、「素数」という。

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 ...

最大公約数

・ある複数の整数について、共通する約数 (公約数) の中で、
最大の数を「最大公約数」という。

・たとえば、12と18の最大公約数は、
次のようにして求めることができる。

・まず、各数に対して、素数を最小値から順に除算していく。

$12 \div 2 = 6$
$18 \div 2 = 9$

$6 \div 3 = 2$
$9 \div 3 = 3$

・このように、同じ数で割り切れなくなったら、
次に、ここまで除算してきた素数を、すべて乗算する。

$2 \times 3 = 6$

・すると、最大公約数の6が求まる。

倍数

・ある数aを、整数倍した数のことを、aの「倍数」という。

.... -2a, -1a, 0a, 1a, 2a ....

・aが0ではない場合は、aの倍数は、無数に存在する。

・b÷aが整数である場合は、bはaの倍数である。
・またこのとき、a,bが整数であるとすると、aはbの約数である。

公倍数

・整数m,nの共通の倍数を、m,nの「公倍数」という。

・mnは、整数m,nの公倍数である。

・0の倍数は、0のみである。

・0でない数の倍数は無数に存在する。

最小公倍数

・整数m,nの公倍数のうち、最小の正数のことを「最小公倍数」という。

分数

・分数の分子は、分割されるものの数。
(リンゴの分配であれば、リンゴの数。)

・分数の分母は、分割する数。
(リンゴの分配であれば、分配する人数。)

・b/a=c のとき、b=c×aである。

2/2 = 1 のとき、
2 = 1*2 である。

・これを「分母を払う」という。

・分数でない数は、分母が1の分数であるともいえる。

3/1

・分数同士の和と差を求める際は、
最初にまず、分母を通分してそろえておき、
分子同士を加算または減算する。

・分数の積は、分母同士と分子同士を乗算して求める。

2/2 × 4/4
= 2×4/2×4

= 6/6

・逆数を乗算すると、1になる。

1/3 × 3/1 = 1

・分数同士の商は、法数(右項)の逆数の積である。
・要するに、右項の分母と分子を入れ替えた分数を乗算すれば求まる。

2/3÷/5/6 = 2/3×6/5 = 12/15

・分子が1の分数を、「単位分数」という。

・単位分数は、1つのケーキを何等分かに切り分ける際に、
切り分けられる1部分が、ケーキ全体に占める割合を表すのに用いられる。

約分

・ある分数の分子と分母を、その公約数で除算して、
なるべく小さな数にすることを「約分」という。

・たとえば、3/21 と書いてあってもピンとこないが、
約分して、1/7と書けば、イメージがわく。

通分

・分数同士を計算する際に、分母を同じ数にそろえることで、
計算しやすくすることを「通分」という。

・分母をそろえるには、分母の約分をしておくと計算しやすい。

・まず、分母同士の最小公倍数を求め、分母とする。

・たとえば、1/3 + 1/6 を求める場合は、6が最小公倍数であるので、
1/3の分母3に、2を乗算して、分母を6にそろえる。

・そしてこのとき、1/3の分子1にも、同様に2を乗算する必要がある。

・こうして通分すると、式は、 2/6 + 1/6 となる。

= 3/6
=1/2

・最小公倍数を求めずとも、両方の分母の積が公倍数であるので、
この積を分母として用いてもよい。

1/3 + 1/6
= 1×6/3×6 + 1×3/6×3
= 6/18 + 3/18
= 9/18
= 1/2

帯分数と仮分数

・14/3のように、分母の方が大きい分数のことを「仮分数」という。

・仮分数は、1よりも大きいため、次のように、
　非分数と分数とに分けて書くことができる。

```
  3
2 ---
  4
```

・これを帯分数といい、上の例は、2/1 + 3/4 を意味する。

・すなわちこれは、2個と3/4個である。

・仮分数から帯分数を求めるには、
　まず、分子を分母で除算し、その商を非分数とする。

・次に、剰余が出た場合は、剰余を分子とし、
　割り切れた場合は、分子を1にする。

有理数と無理数

・分子と分母を整数で表せる数のことを「有理数」という。

・有理数は、位取り基数表記法に関係なく、循環小数か、有限小数である。

・逆に、円周率のように、無限に続く無限小数のことを「無理数」という。

累乗数

・２×２×２というように、同じ数の乗算が連続する式は、
「2の３乗」というように、「累乗数」で表すことができる。

・上の例でいうと、乗じられる数2のことを、「底」(基数)という。
・また、乗じる数３のことを、「指数」という。

$2^{-3} = 1/8$
$2^{-2} = 1/4$
$2^{-1} = 1/2$
$2^0 = 1$
$2^1 = 2$
$2^2 = 4$
$2^3 = 8$

・底が0の場合は、計算できないため、1と定義するのが一般的である。

・10cmの正方形の面積は、1cm^2 と表記する。
・また、10cmの立方体の容積は、10cm^3と表記する。

指数法則

・累乗数同士の積は、指数部を加算することで求まる。

$2^3 \times 2^2 = 2^5$

$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$

・商を求める場合は、指数部を減算すると求まる。

$2^5 \div 2^3 = 2^2$

$a^m \div a^n = a^{(m-n)}$

・累乗の累乗は、指数部を乗算すると求まる。

・$(2^3)^2 = 2^6$

$(a^m)^n = a^{(m \times n)}$

・指数が0の場合は、底に関係なく、便宜上、1であると定義されている。

・指数が負数である場合は、逆数となるので、分数で表す。

$2^{-1} * 2^1 = 2^0 = 1$

・2^{-1} は、2^1の逆数であるので、1/2 となる。

$a^{-m} = 1/(a^m)$

・指数が分数の場合は、

$2^{(1/2)} = \sqrt{2}$

$a^{(1/m)} = \sqrt[m]{a}$　　つまり、aのm乗根。

・同様に、指数として小数を用いるともできる。

単項式

・数字と文字からなる数式では、
　乗算記号は、省略して書く。

$2 \times a \rightarrow 2a$

・さらに、数字が1の場合は、1を省略する。

$1a \rightarrow a$

・数字を左側に書き、続けて右側に文字を書く。

・文字の積は、アルファベット順に並べる。
(※ただし、順番が重要な場合は、その限りではない。)

$2ab$

・同じ文字の積は、累乗で書く。

aa → a^2

・除算記号を省略し、代わりに分数で表す。

1/a

割合

・100円の8%は、8円。

$100 \times (8/100) = 8$

・100×0.08 の方がわかりやすい。

多項式

・「同類項」は、まとめることができる。

$$2a + 3a + 2c = 5a + 2c$$

次数

・単項式の指数のことを「次数」という。

・たとえば、5a^2 の次数は2である。

・5a^2 は、 5×a×aであり、文字を２つ含んでいる「２次の項」である。

・5a^2 + 3b + 1　という多項式では、
　3bが「1次の項」であり、 1が「定数項」である。

・この多項式は、「2次の項」が最大次数であるので、「2次式」という。

係数

・文字式の最初の数字を「係数」という。

・たとえば、2a の係数は、2である。

・-a の係数は、-1 である。
・a/2 の係数は、1/2 である。(1/2 × a)
・2a/4 の係数は、2/4 である。(2/4 × a)

素因数分解

・その数自身または1以外に約数を持たない自然数を「素数」という。

・1は素数ではない。
・偶数の素数は 2 だけである。

・自然数を構成する数を「因数」という。

・たとえば、30という自然数は、言い換えれば 3×10 であり、
3と10という「因数」で構成されている。

・因数のうち、素数であるものを「素因数」という。

・また、ある数を、その素因数の積で表すことを、「素因数分解」という。

・素因数分解は、自然数を、素数で除算して求める。

300/2=150　最初の素数2で除算する。
150/2=75　　次も2で除算できる。
75/3=25　次はできないので、3で除算する。
25/3=5　素数5になったので終了。

300 = 2^2 + 3^1 + 5^2

・素因数分解を応用すると、自然数の約数の総数を求めることができる。

・素因数分解の各項の指数に、それぞれ1を加算し、
それらをすべて合算すると、約数の総数が求まる。

・自然数は、素数、合成数(素数の倍数)、1のいずれかである。

乗法公式による式の展開

$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

$(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ ... 和の平方

$(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ ... 差の平方

$(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$ ... 和と差の積

・乗法公式は、因数分解で使用する。

・覚えにくい場合は、次のようにして式を展開することもできる。

$a(b+c) = ab + ac$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

・同類項を整理すれば、同じように展開できる。

・乗法公式は、最初の公式だけを覚えておけばいい。

機敏にして親切なる算数の書

http://p.booklog.jp/book/97248

著者：タロイモ・イルカニンゲン
著者プロフィール：http://p.booklog.jp/users/haseham/profile

感想はこちらのコメントへ
http://p.booklog.jp/book/97248

ブクログ本棚へ入れる
http://booklog.jp/item/3/97248

ﾀｲﾄﾙの元ﾈﾀは、ﾄﾞｲﾂの数学書です。^^

「全商業のための機敏にして親切な計算」(1489年　ﾖﾊﾝ・ｳｨｯﾄﾏﾝ・著)

電子書籍プラットフォーム：ブクログのパブー（http://p.booklog.jp/）
運営会社：株式会社ブクログ